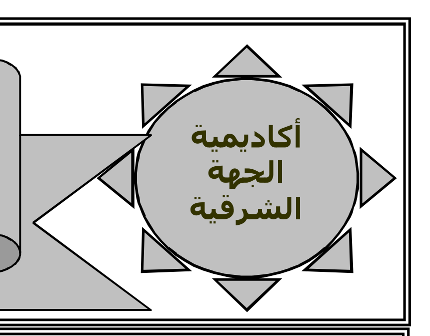
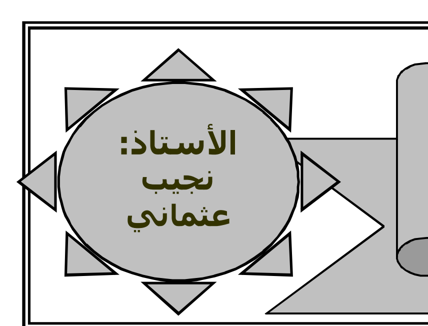


تمارين محلولة:الحساب العددي

السنة الأولى من سلك الباكالوريا مسلك الآداب والعلوم الانسانية



تمرين1:

1)املأ الجدول التالي :

وزن التفاح	1Kg	2 Kg	3Kg	4Kg
ثمن التفاح		18dh		

2)هل هناك تناسب بين ثمن الشراء ووزن التفاح وحدد معامل التناسب ؟

الأجوبة :(1

وزن التفاح	1Kg	2 Kg	3Kg	4Kg
ثمن التفاح	9dh	18dh	27dh	36dh

2)نعم هناك تناسب بين ثمن الشراء ووزن التفاح

ومعامل التناسب هو 6 **لأن :** $9=\frac{36}{4}=\frac{27}{3}=\frac{18}{2}=\frac{9}{1}$

تمرين2:حدد العدد الحقيقي x إذا علمت أن الأعداد: $x+1$ و 3 متناسبة مع x و 2 على التوالي

الجواب : الأعداد: $x+1$ و 3 متناسبة مع x و 2 على التوالي

يعني $\frac{x+1}{x}=\frac{3}{2}$ يعني $2(x+1)=3x$

يعني $x+2=3x$ يعني $-2x=-2$ يعني $x=1$

تمرين3: اشترت خديجة سروالا وقميصا بمجموع قدره 105dh اذا علمت أن ثمن السروال و القميص متناسبان على التوالي مع الأعداد 6 و 9 فاحسب ثمن القميص والسروال

الجواب : ليكن x ثمن السروال و y ثمن القميص

بما أن : ثمن السروال و القميص متناسبان على التوالي مع الأعداد 6 و 9

فان : $\frac{x}{9}=\frac{y}{6}$ اذن : $\frac{x}{9}=\frac{y}{6}=\frac{x+y}{15}=\frac{105}{15}=7$

اذن : $\frac{x}{9}=7$ و $\frac{y}{6}=7$ يعني $x=63$ و $y=42$

تمرين4:يتكون قسم من 40 تلميذا منهم 15 من الإناث حدد النسبة المئوية للإناث و الذكور في هذا القسم

الجواب :

- **نسبة الاناث :** $t\%=\left(\frac{15}{40}\right)\times100=0.375\times100=37.5\%$
- **نسبة الذكور :** $t\%=\left(\frac{25}{40}\right)\times100=0.625\times100=62.5\%$

تمرين5:ارتفع ثمن البنزين من 5.20 DH الى 5.98 DH للتر الواحد ما نسبة المئوية الزيادة؟

الجواب :

$$t\%=\left(\frac{5.98-5.20}{5.20}\right)\times100=\frac{0.98}{5.20}\times100=0.15\times100=15\%$$

تمرين6:ارتفع ثمن منزل من 500000 DH الى 600000DH ما نسبة المئوية الزيادة؟

الجواب : $t\%=\left(\frac{600000-500000}{500000}\right)\times100=0.2\times100=20\%$

تمرين7:انخفض ثمن آلة حاسبة من 150 DH الى 135 DH ما نسبة المئوية للتخفيض؟

الجواب : $t\%=\left(\frac{150-135}{150}\right)\times100=\frac{15}{150}\times100=0.1\times100=10\%$

تمرين8:ثمن كتاب هو 60 DH اذا علمت أن نسبة التخفيض هي $t\%=20\%$ ما ثمن كتاب بعد التخفيض؟

الجواب : ثمن كتاب بعد التخفيض هو :

$$A=60-\left(\frac{20}{100}\right)\times60=60-12=48$$

تمرين9:يبلغ ثمن حذاء رياضي 170DH وثمن بذلة رياضية 230DH زيد في ثمن الحذاء بنسبة 6% وخفض في ثمن البذلة الرياضية بنسبة 8 % أحسب الثمن الجديد للحذاء والبذلة

الجواب : ثمن الحذاء الرياضي بعد الزيادة هو :

$$A=170+\left(\frac{6}{100}\right)\times170=170+10,2=182,2DH$$

ثمن البذلة الرياضية بعد التخفيض هي :

$$B=230-\left(\frac{8}{100}\right)\times230=230-18,4=211,6DH$$

تمرين10:اذا علمت أن طول طريق سيار على خريطة ذات السلم $\frac{1}{1000000}$ هو 0 .1m ما الطول الحقيقي للطريق السيار؟

الجواب : الطول الحقيقي للطريق السيار هو :

$$A=0.1\times1000000=100000m=100km$$

تمرين11: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

(1 $-2x+22=0$ (2 $3(2x+5)=6x-1$

(3 $4(x-2)=6x-2(x+4)$ (4 $9x^2-16=0$

(5 $(2x+3)(9x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$

(6 $\frac{2x+2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{5x-2}{2}+\frac{1}{3}$

(7 $x^3-x=0$

الأجوبة :(1 $-2x+22=0$ يعني $-2x+22-22=-22$

يعني $-2x=-22$

يعني $-2x\times\left(\frac{1}{-2}\right)=-22\times\left(\frac{1}{-2}\right)$

يعني $x=11$ ومنه: $S=\{11\}$ وتسمى مجموعة حلول المعادلة

2) $3(2x+5)=6x-1$ يعني $6x+15=6x-1$

يعني $6x-6x=-1-15$ يعني $0x=-16$ يعني $0=-16$

وهذا غير ممكن ومنه : $S=\varnothing$

3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$ يعني $4x-8=6x-2x-8$

يعني $4x-4x+8-8=0$ يعني $0=0$

ومنه :كل عدد حقيقي هو حل لهذه المعادلة وبالتالي : $S=\mathbb{R}$

4)أمامنا معادلة من الدرجة الثانية

طريقة 1: (التعميل) $9x^2-16=0$ يعني $(3x)^2-4^2=0$

يعني $(3x-4)(3x+4)=0$ يعني $3x+4=0$ أو $3x-4=0$

يعني $3x=-4$ أو $3x=4$ يعني $x=\frac{-4}{3}$ أو $x=\frac{4}{3}$

ومنه : $S=\left\{-\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right\}$

طريقة 2: $9x^2-16=0$ يعني $9x^2=16$ يعني $x^2=\frac{16}{9}$

يعني $x=\sqrt{\frac{16}{9}}$ أو, $x=\sqrt{\frac{16}{9}}$ يعني $x=\frac{4}{3}$ أو, $x=-\frac{4}{3}$

تمرين12: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

1) $\frac{x+1}{2}+4=\frac{2x-5}{10}+\frac{2(x+10)}{5}$

2) $x^3-4x=0$

3) $(5x-7)(3x-10)=0$

الأجوبة :1) $\frac{x+1}{2}+4=\frac{2x-5}{10}+\frac{2(x+10)}{5}$ (نوحد المقامات)

يعني $\frac{5x+5}{10}+\frac{40}{10}=\frac{2x-5}{10}+\frac{4x+40}{10}$

يعني $\frac{5x+5+40}{10}=\frac{2x-5+4x+40}{10}$

يعني $5x+5+40=2x-5+4x+40$ يعني $-x=-10$

يعني $x=10$ ومنه: $S=\{10\}$

2) $x^3-4x=0$ يعني $x(x^2-4)=0$ (التعميل)

يعني $x=0$ أو $x^2-4=0$ يعني $x=0$ أو $x^2=7$

يعني $x=0$ أو $x=\sqrt{4}$ أو $x=-\sqrt{4}$ ومنه: $S=\{-2,0,2\}$

3) $(5x-7)(3x-10)=0$ يعني $5x-7=0$ أو $3x-10=0$

يعني $x=\frac{7}{5}$ أو $x=\frac{10}{3}$ ومنه: $S=\left\{\frac{7}{5},\frac{10}{3}\right\}$

تمرين13: حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المتراجحات التالية:

1) $-2x+12>0$ 2) $5x-15\le 0$

الأجوبة :1) $-2x+12>0$ $-2x+12=0$ يكافئ $x=6$

و بما أن: $a=-2$ و $a<0$ فان جدول الإشارة هو كالتالي:

x	$-\infty$		6		$+\infty$
$-2x+12$		$+$	0	$-$	

و منه فان : $S=]-\infty;6[$

2) $5x-15\le 0$ $5x-15=0$ يكافئ $x=3$

و بما أن: $a=5$ و $a>0$ فان جدول الإشارة هو كالتالي:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$5x-15=0$		$-$	0	$+$	

و منه فان : $S=]-\infty;6[$

تمرين14: حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المتراجحات التالية:

1) $4x^2-9\ge 0$ 2) $(1-x)(2x+4)>0$

الأجوبة :1) $4x^2-9\ge 0$

$4x^2-9=0$ يعني $(2x)^2-3^2=0$ يعني

$(2x-3)(2x+3)=0$

يعني $2x+3=0$ أو $2x-3=0$ يعني $x=\frac{-3}{2}$ أو $x=\frac{3}{2}$

الطريقة : في جدول نعطي إشارة كل عامل على الشكل $ax+b$ ثم استنتج إشارة الجداء أو الخارج مع ترتيب تزايدي للقيم التي ينعدم فيها كل عامل.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x-3)(2x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

و منه فان : $S=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

2) $(1-x)(2x+4)>0$

$(1-x)(2x+4)=0$ يعني $2x+4=0$ أو $1-x=0$

يعني $x=-2$ أو $x=1$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$(1-x)(2x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

و منه فان : $S=]-2;1[$

تمرين15: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية :

$3x^2+x+2=0$ ليس لها حلا في $\mathbb{R}$

الجواب : $\Delta=1-4\times3\times2=-23<0$

اذن : $3x^2+x+2=0$ ليس لها حلا في $\mathbb{R}$

و بالتالي مجموعة حلولها هي $S=\phi$.

تمرين16: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية : $x^2-10x+25=0$

الجواب : $\Delta=10^2-4\times25=100-100=0$

اذن : المعادلة $x^2-10x+25=0$ لها حل وحيد لأن

هو: $-\frac{b}{2a}=5$ و بالتالي مجموعة حلولها هي $S=\{5\}$.

تمرين17: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية : $x^2-3x+2=0$

الجواب : نعتبر المعادلة $x^2-3x+2=0$

لدينا $\Delta=9-4\times2=1$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{3-1}{2}=1$ و $x_2=\frac{3+1}{2}=2$ و منه $S=\{1;2\}$.

تمرين18: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

1) $6x^2-7x-5=0$ $\Delta \succ 0$ (2 $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$

$\Delta = 0$

3) $3x^2+x+2=0$ $\Delta \prec 0$ (4 $4x^2-8x+3=0$

5) $x^2-4x+2=0$ (6 $x^2+5x+7=0$

7) $2x^2-4x+6=0$ (8 $x^2-4x-21=0$

9) $3x^2-6x+3=0$

الأجوبة:(1 $6x^2-7x-5=0$ $a=6$ و $b=-7$ و $c=-5$

$\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\times6\times(-5)=49+120=169=(13)^2>0$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_1=\frac{-(-7)+\sqrt{169}}{2\times6}=\frac{7+13}{12}=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$

$x_2=\frac{7-13}{12}=\frac{6}{12}=-\frac{1}{2}$ ومنه: $S=\left\{\frac{5}{3},-\frac{1}{2}\right\}$

2) $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$ $a=2$ و $b=-2\sqrt{2}$ و $c=1$

$\Delta=b^2-4ac=\left(-2\sqrt{2}\right)^2-4\times2\times1=8-8=0$

بما أن $\Delta=0$ فان هذه المعادلة تقبل **حلا وحيدا هو:**

$x=\frac{-b}{2a}=\frac{-\left(-2\sqrt{2}\right)}{2\times2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ومنه: $S=\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

3) $3x^2+x+2=0$ $a=3$ و $b=1$ و $c=2$

$\Delta=b^2-4ac=(1)^2-4\times3\times2=1-24=-23<0$

بما أن $\Delta \prec 0$ **فان المعادلة ليس لها حل في** $\mathbb{R}$ ومنه: $S=\varnothing$

4) $4x^2-8x+3=0$ $a=4$ و $b=-8$ و $c=3$

$\Delta=b^2-4ac=(-8)^2-4\times3\times(4)=84-8=16=(4)^2>0$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-(-8)+\sqrt{16}}{2\times4}$ و $x_2=\frac{-(-8)-\sqrt{16}}{2\times4}$

$x_1=\frac{8+4}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$ و $x_1=\frac{8-4}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ ومنه: $S=\left\{\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\}$

5) $x^2-4x+2=0$ $a=1$ و $b=-4$ و $c=2$

$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times2\times(1)=16-8=8>0$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-(-4)+\sqrt{8}}{2\times1}$ و $x_2=\frac{-(-4)-\sqrt{8}}{2\times1}$

$x_1=\frac{4+2\sqrt{2}}{2}=\frac{2\left(2+\sqrt{2}\right)}{2}=2+\sqrt{2}$

$x_2=\frac{4-2\sqrt{2}}{2}=\frac{2\left(2-\sqrt{2}\right)}{2}=2-\sqrt{2}$ ومنه: $S=\left\{2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}\right\}$

6) $x^2+5x+7=0$ $a=1$ و $b=5$ و $c=7$

$\Delta=b^2-4ac=5^2-4\times1\times7=25-28=-3<0$

بما أن $\Delta \prec 0$ **فان المعادلة ليس لها حل في** $\mathbb{R}$ ومنه: $S=\varnothing$

7) $2x^2-4x+6=0$ $a=2$ و $b=-4$ و $c=6$

$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times2\times6=16-48=-32<0$

بما أن $\Delta \prec 0$ **فان المعادلة ليس لها حل في** $\mathbb{R}$ ومنه: $S=\varnothing$

8) $x^2-4x-21=0$ $a=1$ و $b=-4$ و $c=-21$

$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times(-21)=16+84=100=(10)^2>0$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-(-4)+\sqrt{100}}{2\times1}$ و $x_2=\frac{-(-4)-\sqrt{100}}{2\times1}$

$x_1=\frac{4+10}{2}=\frac{14}{2}=7$ و $x_1=\frac{4-10}{2}=\frac{-6}{2}=-3$ ومنه: $S=\{-3,7\}$

9) $3x^2-6x+3=0$ $a=3$ و $b=-6$ و $c=3$

$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times3\times3=36-36=0$

بما أن $\Delta=0$ فان هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا مزدوجا هو :

$x=\frac{-b}{2a}$ يعني $x=\frac{-(-6)}{2\times3}=\frac{6}{6}=1$ ومنه: $S=\{1\}$

تمرين19: 1)أدرس إشارة الحدودية $P(x)=2x^2-3x+1$

2)حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2x^2-3x+1\geq0$

الأجوبة : 1) $P(x)=2x^2-3x+1$ $a=2$

$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times2\times1=9-8=1>0$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان للحدودية جذرين هما:

$x_1=\frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\times2}=\frac{3+1}{4}=1$ و $x_1=\frac{3-1}{4}=\frac{1}{2}$ ومنه:

x	$-\infty$ $\frac{1}{2}$ 1 $+\infty$
$P(x)$	$+$ 0 $-$ 0 $+$

2)حل المتراجحة : $S=\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty[$

تمرين20:

1)أدرس إشارة الحدودية $P(x)=-2x^2+4x-2$

2)حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $-2x^2+4x-2\leq0$

الأجوبة : 1) $P(x)=-2x^2+4x-2$ $a=-2$

$\Delta=b^2-4ac=(4)^2-4\times(-2)\times(-2)=16-16=0$

بما أن $\Delta=0$ فان هذه الحدودية لها جذر وحيد **هو:** $x_1=\frac{-(4)}{2\times(-2)}=1$

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$P(x)=-2x^2+4x-2$	$-$ 0 $-$

2)حل المتراجحة : $S=\mathbb{R}$

تمرين21:

1)أدرس إشارة الحدودية $P(x)=3x^2+6x+5$

2)حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $3x^2+6x+5<0$

الأجوبة : 1) $P(x)=3x^2+6x+5$ $a=3>0$

$\Delta=b^2-4ac=(6)^2-4\times3\times5=36-60=-24<0$ ومنه:

x	$-\infty$ $+\infty$
$P(x)=3x^2+6x+5$	$+$

2)**حل** المتراجحة : $S=\varnothing$

تمرين22: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

1) $2x^2-4x+6\ge 0$ 2) $4x^2-8x+3\le 0$

3) $x^2-3x-10<0$

الأجوبة : 1) $2x^2-4x+6\ge 0$ $a=3>0$

$\Delta=b^2-4ac=16-48=-32<0$

x	$-\infty$ $+\infty$
$P(x)=3x^2+6x+5$	$+$

ومنه: $S=\mathbb{R}$

2) $4x^2-8x+3\le 0$ $a=4$

$\Delta=b^2-4ac=(-8)^2-4\times4\times3=64-48=16>0$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان للحدودية جذرين هما:

$x_1=\frac{8+4}{2\times4}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$ **و** $x_1=\frac{8-4}{8}=\frac{1}{2}$ ومنه:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$4x^2-8x+3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$

3) $x^2-3x-10<0$ $a=4$

$\Delta=b^2-4ac=49>0$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان للحدودية جذرين هما:

$x_1=5$ **و** $x_2=-2$ ومنه:

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$4x^2-8x+3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=]-2,5[$

تمرين23: باستعمال طريقة التعويض

حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمة التالية : $\begin{cases}4x+y=10\\-5x+2y=-19\end{cases}$

الجواب :

نبحث عن y في المعادلة الأولى مثلا

$4x+y=10$ يعني $y=10-4x$

ونعوض y بقيمتها في المعادلة الثانية

$-5x+2y=-19$ يعني $-5x+2(10-4x)=-19$

يعني $-5x-8x=-19-20$ يعني $-13x=-39$ يعني $x=3$

ونعوض x ب 3 في المعادلة $y=10-4x$ فنجد $y=-2$

و منه: $S=\{(3,-2)\}$

تمرين24: باستعمال طريقة التأليفة الخطية

حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمة التالية : $\begin{cases}4x+y=10\\-5x+2y=-19\end{cases}$

الجواب : نضرب المعادلة الأولى في العدد (-2) فنحصل على :

$\begin{cases}-8x-2y=-20\\-5x+2y=-19\end{cases}$ وبجمع المعادلتين طرف لطرف نجد:

$-8x-2y-5x+2y=-20-19$ يعني $-13x=-39$ يعني $x=3$

ونعوض x ب 3 في المعادلة $4x+y=10$ فنجد $y=-2$

و منه: $S=\{(3,-2)\}$

تمرين25: باستعمال طريقة المحددة

حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة: $(1)\begin{cases}x+2y=4\\-x+4y=2\end{cases}$

الجواب : محددة النظمة (1) هي: $\Delta=\begin{vmatrix}1&2\\-1&4\end{vmatrix}=6\neq0$

و منه النظمة تقبل حلا وحيداهو:

$x=\frac{\begin{vmatrix}4&2\\2&4\end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{12}{6}=2$ و $y=\frac{\begin{vmatrix}1&4\\-1&2\end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{6}{6}=1$ و منه: $S=\{(2,1)\}$

تمرين26: حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمات التالية :

1) $\begin{cases}2x-y=-1\\3x+2y=9\end{cases}$

2) $\begin{cases}x-2y=-4\\-2x+3y=5\end{cases}$ 3) $\begin{cases}-7x-3y=4\\4x+5y=-2\end{cases}$

الأجوبة :

1) $\begin{cases}2x-y=-1\\3x+2y=9\end{cases}$ نبحث عن y في المعادلة الأولى مثلا

$2x-y=-1$ يعني $y=2x+1$

ونعوض y بقيمتها في المعادلة الثانية

$-5x+2y=-19$ يعني $3x+2(2x+1)=9$

يعني $7x+2=9$ يعني $7x=7$ يعني $x=1$

ونعوض x ب 1 في المعادلة $y=2x+1$ فنجد $y=3$

و منه: $S=\{(1,3)\}$

2) $\begin{cases}x-2y=-4\\-2x+3y=5\end{cases}$

نضرب المعادلة الأولى في العدد (2) فنحصل على :

$\begin{cases}2x-4y=-8\\-2x+3y=5\end{cases}$ وبجمع المعادلتين طرف لطرف نجد:

$2x-4y-2x+3y=-8+5$ يعني $-y=-3$ يعني $y=3$

ونعوض y ب 3 في المعادلة $x-2y=-4$ فنجد $x=2$

و منه: $S=\{(2,3)\}$

3) محددة النظمة (1) هي: $\Delta=\begin{vmatrix}-7&-3\\4&5\end{vmatrix}=-35+12=-23\neq0$

و منه النظمة تقبل حلا وحيداهو:

$x=\frac{\begin{vmatrix}4&-3\\-2&5\end{vmatrix}}{\Delta}=-\frac{14}{23}$ و $y=\frac{\begin{vmatrix}-7&4\\4&-2\end{vmatrix}}{\Delta}=-\frac{2}{23}$

ومنه: $S=\left\{\left(-\frac{14}{23},-\frac{2}{23}\right)\right\}$

تمارين محلولة: المتتاليات العددية

تمرين1: لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية :

1) $0 , 2 , 4 , 6 , 8 , 10$, ...
2) $6 , 3 , 0 , -3 , -6 , -9 , -12$, ...
3) $1 , 3 , 9 , 27 , 81 , 243$, ...
4) $1 , \frac{1}{2} , \frac{1}{4} , \frac{1}{8} , \frac{1}{16} , \frac{1}{32}$, ...
$1, 4 , 9 , 16 , 25 , 36$, ...

الأجوبة:1) $0 , 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12, 14 , 16 , 18$
2) $6 , 3 , 0 , -3 , -6 , -9 , -12 , -15 , -18 , 21 , -24$
3) $1 , 3 , 9 , 27 , 81 , 243 , 729 , 2187 , 6561 , 19683$
4) $1 , \frac{1}{2} , \frac{1}{4} , \frac{1}{8} , \frac{1}{16} , \frac{1}{32} , \frac{1}{64} , \frac{1}{128} , \frac{1}{256} , \frac{1}{512}$

تمرين2: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $u_n = 2n+3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1. أحسب حدها الأول u_0
2. أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$

الأجوبة:1) $u_0 = 2\times 0+3 = 3$
2) $u_1 = 2\times 1+3 = 5$
$u_2 = 2\times 2+3 = 4+3 = 7$ و $u_3 = 2\times 3+3 = 9$

نلاحظ أن أن فرق حدين متتالين هو العدد 2

تمرين3: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $u_n = 2n-1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) أحسب حدها الأول u_0 و أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$
2) أحسب $u_{n+1}-u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ ماذا تستنتج ؟

الأجوبة:1) $u_0 = 2\times 0-1 = 0-1 = -1$
$u_1 = 2\times 1-1 = 2-1 = 1$
$u_2 = 2\times 2-1 = 4-1 = 3$
$u_3 = 2\times 3-1 = 6-1 = 5$
(2
$u_{n+1}-u_n = (2(n+1)-1)-(2n-1) = (2n+2-1)-(2n-1)$
اذن: $= (2n+2-1)-(2n-1) = (2n+1)-(2n-1) = 2n+1-2n+1$
$u_{n+1}-u_n = 2 = r$

ومنه أستنتج أن : المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ هي حسابية أساسها : $r = 2$

تمرين4: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :
$u_n = 5n+6 \quad \forall n \in \mathbb{N}$
أحسب : $u_{n+1}-u_n$ و ماذا تستنتج ؟

الأجوبة:
$u_{n+1}-u_n = (5(n+1)+6)-(5n+6) = (5n+5+6)-(5n+6)$
اذن: $= (5n+11)-(5n+6) = 5n+11-5n-6$
$u_{n+1}-u_n = 5 = r$

أستنتج أن : المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ هي حسابية أساسها : $r = 5$

تمرين5: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $u_n = \frac{n+3}{4}$
$\forall n \in \mathbb{N}$
بين أن المتتالية (u_n) حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

الجواب : $u_{n+1}-u_n = \frac{(n+1)+3}{4} - \frac{n+3}{4} = \frac{1}{4} = r$

ومنه المتتالية $(u_n)_{n\in I}$ هي حسابية أساسها $\frac{1}{4} = r$

وحدها الأول : $u_0 = \frac{3}{4}$

تمرين6: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و $u_6 = 31$

1) أحسب u_0 2) أكتب u_n بدلالة n
3) أحسب : u_{2015} ثم u_{2016}

الأجوبة:1) لدينا (u_n) حسابية اذن : $u_n = u_0 + nr$
ومنه : $u_6 = u_0 + 6\times\frac{1}{2}$ **يعني** $31 = u_0 + 3$ **يعني** $28 = u_0$
2) $u_n = u_0 + nr$ يعني $u_n = 28 + \frac{n}{2}$
3) $u_{2015} = 28 + \frac{2015}{2} = \frac{2071}{2}$ و
$u_{2016} = 28 + \frac{2016}{2} = 28 + 1008 = 1036$

تمرين7: لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r و بحيث $u_0 = 5$
و $u_{100} = -45$ (حدد r 2) أحسب : u_{2015} و u_{2016}

الأجوبة:1) لدينا (u_n) حسابية اذن : $u_n = u_0 + nr$
ومنه : $u_{100} = u_0 + 100r$ **يعني** $-45 = 5 + 100r$
يعني $-50 = 100r$ **يعني** $r = -\frac{1}{2}$
2) (u_n) حسابية اذن :
$u_n = u_0 + nr$ يعني $u_{2015} = 5 + 2015\times\left(-\frac{1}{2}\right)$
يعني $u_{2015} = 5 - \frac{2015}{2}$ يعني $u_{2015} = \frac{10-2015}{2} = \frac{-2005}{2}$
ومنه $u_{2016} = \frac{-2005}{2} + \frac{-1}{2} = \frac{-2006}{2} = -1003$

تمرين8: لتكن المتتالية الحسابية $\left(u_n\right)_{n\geq1}$ الذي أساسها $r=3$ وحدها الأول $u_0=5$

1) أكتب u_n بدلالة n وحدد u_8 و u_{13}

2) أحسب المجموع التالي : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{13}$

الأجوبة:1) وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=3$ وحدها الأول $u_0=5$

فان : $u_n=u_0+(n-0)r$ أي: $u_n=5+3(n-0)$ أي: $u_n=3n+5$

ومنه : $u_8=3\times8+5=29$

2) $S=u_0+u_1+\cdots+u_{13}=(13-0+1)\frac{u_0+u_{13}}{2}$

$S=14\frac{u_0+u_{13}}{2}=\frac{14}{2}(5+u_{13})$ ومنه نحسب: $u_{13}=3\times13+5=44$

وبالتالي: $S=7(5+44)=7\times49=343$

تمرين9:

1) لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=\frac{1}{2}$ و حدها الأول $u_0=1$

أحسب المجموع التالي : $S_1=u_3+u_4+u_5+\cdots+u_{30}$

2) لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=-2$ و حدها الأول $u_0=4$

أحسب المجموع التالي : $S_2=u_7+u_8+u_9+\cdots+u_{25}$

الأجوبة:1) $S_1=u_3+u_4+u_5+\cdots+u_{30}=(30-3+1)\frac{u_3+u_{30}}{2}$

$S_1=(28)\frac{u_3+u_{30}}{2}$

وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $u_0=1$

فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

أي: $u_n=1+(n-0)\frac{1}{2}$ أي: $u_n=1+\frac{n}{2}$

ومنه نحسب: $u_3=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$ و: $u_{30}=1+\frac{30}{2}=\frac{32}{2}=16$

وبالتالي: $S_1=(28)\frac{u_3+u_{30}}{2}=14\left(\frac{5}{2}+16\right)=14\left(\frac{37}{2}\right)=7\times37=259$

2) $S_2=u_7+u_8+u_9+\cdots+u_{25}=(25-7+1)\frac{u_7+u_{25}}{2}=(19)\frac{u_7+u_{25}}{2}$

وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=-2$ وحدها الأول $u_0=4$

فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

أي: $u_n=4+(n-0)(-2)$ أي: $u_n=4-2n$

نحسب: $u_7=4-2\times7=4-14=-10$

و $u_{25}=4-2\times25=4-50=-46$

وبالتالي:

$S_2=(19)\frac{u_7+u_{25}}{2}=(19)\frac{-10+-46}{2}=(19)\frac{-56}{2}=19\times-28=-532$

تمرين10: لتكن المتتالية الحسابية $\left(u_n\right)_{n\geq1}$ الذي أساسها $r=2$ وحدها الأول $u_0=3$

1) أكتب u_n بدلالة n وحدد u_1 و u_{10}

2) أحسب المجموع التالي : $S=u_1+u_1+u_2+\cdots+u_{10}$

الأجوبة:1) وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=2$ وحدها الأول $u_0=3$ فان: $u_n=u_0+(n-0)r$ أي: $u_n=3+2(n-0)$

أي: $u_n=2n+3$

ومنه : $u_1=5$ و $u_{10}=23$

2) $S=u_1+u_1+\cdots+u_{10}=(10-1+1)\frac{u_1+u_{10}}{2}$

$S=10\frac{5+23}{2}=10\times\frac{28}{2}=10\times14=140$

تمرين11: لتكن المتتالية الحسابية $\left(u_n\right)_{n\geq1}$ الذي أساسها $r=4$ وحدها الأول $u_0=-2$

1) أكتب u_n بدلالة n وحدد u_1 و u_6

2) أحسب المجموع التالي : $S=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_6$

الأجوبة:1) وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=4$ وحدها الأول $u_0=-2$

فان: $u_n=u_0+(n-0)r$ أي: $u_n=-2+4(n-0)$

أي: $u_n=4n-2$

ومنه : $u_1=2$ و $u_6=22$

2) $S=u_1+u_1+\cdots+u_6=(6-1+1)\frac{u_1+u_6}{2}$

$S=6\frac{2+22}{2}=6\times\frac{24}{2}=6\times12=72$

تمرين12: نعتبر المتتالية العددية $\left(u_n\right)_{n\geq0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=2\times3^n$

1) أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $\left(u_n\right)_{n\geq0}$

2) أحسب $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

الأجوبة:1) $u_0=2\times3^0=2\times1=2$ و $u_1=2\times3^1=6$

و $u_2=2\times3^2=18$ و $u_3=2\times3^3=54$

2) $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{2\times3^{n+1}}{2\times3^n}=\frac{3^{n+1}}{3^n}=\frac{3^n\times3^1}{3^n}=3^1=3=q$

نقول أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية أساسها $q=3$

وحدها الأول $u_0=2$

تمرين13: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq0}$ بحيث:

$\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=5\times3^{2n+1}$

بين أن $\left(u_n\right)_{n\geq0}$ متتالية هندسية و حدد أساسها q و حدها الأول

الأجوبة:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{5\times3^{2n+3}}{5\times3^{2n+1}}=\frac{3^{2n+3}}{3^{2n+1}}=3^{(2n+3)-(2n+1)}=3^2=9=q$$

اذن: المتتالية $\left(u_n\right)_{n\geq0}$ هندسية أساسها $q=9$

وحدها الأول $u_0=15$

تمرين14: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=3\times\left(\frac{2}{5}\right)^n$

بين أن (u_n) متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول

الأجوبة:

اذن: $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{3\times\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{3\times\left(\frac{2}{5}\right)^{n}}=\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{\left(\frac{2}{5}\right)^{n}}=\left(\frac{2}{5}\right)^{(n+1)-n}=\left(\frac{2}{5}\right)^{1}=\frac{2}{5}=q$

المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية أساسها $q=\frac{2}{5}$

وحدها الأول $u_0=3\times\left(\frac{2}{5}\right)^0=3\times1=3$

تمرين15: لتكن (u_n) متتالية هندسية بحيث : $u_5=\frac{243}{2}$ و $u_2=\frac{9}{2}$ حدد q أساس المتتالية (u_n) و أكتب u_n بدلالة n

الأجوبة: لدينا (u_n) متتالية هندسية اذن : $u_n=u_mq^{n-m}$

ومنه : اذن: $u_5=u_2q^{5-2}$ يعني : $\frac{243}{2}=\frac{9}{2}q^3$

يعني $q^3=\frac{243}{9}$ يعني : $q^3=27$ يعني : $q=3$

لدينا أيضا : $u_n=u_2q^{n-2}$ يعني : $u_n=\frac{9}{2}3^{n-2}=\frac{3^2\times3^{n-2}}{2}=\frac{3^{n-2+2}}{2}=\frac{3^n}{2}$

تمرين16: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n)

بحيث حدها الأول $u_0=81$ وأساسها : $q=\frac{1}{3}$

1)أكتب u_n بدلالة n 2)أحسب u_1 و u_2 و u_3

3)حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n=1$

الأجوبة:1) نعلم أن $(u_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية

أساسها $q=\frac{1}{3}$ وحدها الأول $u_0=81$

اذن: $u_n=u_0q^{n-0}$ ومنه : $u_n=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^n$

2) $u_1=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{81}{3}=27$ و $u_2=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{81}{9}=9$

و $u_3=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{81}{27}=3$

3) $u_n=1$ يعني $81\times\left(\frac{1}{3}\right)^n=1$ يعني $81\times\frac{1}{3^n}=1$ يعني

$\frac{81}{3^n}=1$ يعني $81=3^n$ يعني $n=4$

تمرين17: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول $u_0=5$

و $u_3=40$

1. تحقق أن أساس المتتالية (u_n) هو $q=2$
2. أكتب u_n بدلالة n و أحسب u_4
3. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n=160$

الأجوبة:1) نعلم أن $(u_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية اذن :

اذن: $u_3=u_0q^{3-0}$ يعني : $40=5q^3$ يعني : $q^3=\frac{40}{5}$ يعني :

$q^3=8$ يعني : $q=2$

2) $u_n=5\times(2)^n$

$u_1=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{81}{3}=27$ و $u_2=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{81}{9}=9$ و $u_4=5\times(2)^4=5\times16=80$

3) $u_1=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{81}{3}=27$ و $u_2=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{81}{9}=9$

و $u_5=2\times u_4=2\times80=160$ ومنه : $n=5$

تمرين18: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة

بالصيغة التالية : $u_{n+1}=3\times U_n$ و $u_0=2$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1. تحقق أن $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية
2. عبر عن U_n بدلالة n
3. أحسب المجموع : $S_n=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_5$

الأجوبة:1) $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{3\times u_n}{u_n}=3=q$

اذن: المتتالية هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول $u_0=3$

2) $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول $u_0=3$

اذن: $u_n=u_0q^{n-0}$ أي: $u_n=3\times(3)^n=3^1\times(3)^n=(3)^{n+1}$

3) $S_n=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_5=u_1\times\frac{1-q^{5-1+1}}{1-q}=u_1\times\frac{1-q^5}{1-q}$

$u_1=3^{1+1}=3^2=9$

$S_n=9\times\frac{1-3^5}{1-3}=9\times\frac{1-3^5}{-2}=9\times\frac{1-243}{-2}=9\times\frac{-242}{-2}=1029$

تمرين19: لتكن (u_n) متتالية هندسية بحيث : $u_5=486$

و $u_7=4374$ و أساسها $q\succ0$

1)حدد أساس المتتالية (u_n) 2) أحسب u_0 و u_{10}

3) أكتب u_n بدلالة n 4) أحسب **المجموع التالي** : $S=u_0+u_5+\cdots+u_{2009}$

الأجوبة:1) (u_n) متتالية هندسية

اذن: $u_7=u_5q^{7-5}$ يعني : $q^2=\frac{4374}{486}=9$ يعني : $q=3$ أو $q=-3$

وحسب المعطيات : $q\succ0$ اذن: $q=3$

2) (u_n) متتالية هندسية اذن: $u_5=u_0q^{5-0}$ يعني $486=u_03^5$ يعني

$u_0=\frac{486}{3^5}=\frac{486}{243}=2$

$u_{10}=u_7q^{10-7}$ يعني $u_{10}=u_7q^3$ يعني

$u_{10}=4374\times3^3=4374\times27=118098$

3) $u_n=u_0q^{n-0}$ يعني $u_n=2\times3^n$

4) $S_n=u_0+u_1+u_1+\cdots+u_{2009}=u_0\times\frac{1-q^{20095-0+1}}{1-q}=u_0\times\frac{1-q^{2010}}{1-q}$

$S_n=2\times\frac{1-3^{2010}}{1-3}=-\left(1-3^{2010}\right)=3^{2010}-1$

تمرين20 للبحث: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة

بالصيغة التالية :

$u_{n+1}=2\times U_n$ و $u_0=3$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1. تحقق أن $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية
2. أعبر عن U_n بدلالة n
3. أحسب المجموع : $S_n=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_6$